**Д-191. Математика**

**Введение декартовых координат в пространстве. Расстояние между точками. Координаты середины отрезка.**

1. **Сообщение из истории «**Декартовая система координат»

Решая геометрическую, физическую, химическую задачу можно использовать различные координатные системы: прямоугольную, полярную, цилиндрическую, сферическую.

 В общеобразовательном курсе изучается прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Иначе её называют Декартовой системой координат по имени французского ученого философа Рене Декарта (1596 – 1650) впервые введшего координаты в геометрию.

Рене Декарт родился в 1596 г. в городе Лаэ на юге Франции, в дворянской семье. Отец хотел сделать из Рене офицера. Для этого в 1613 г. он отправил Рене в Париж. Много лет пришлось Декарту пробыть в армии, участвовать в военных походах в Голландии, Германии, Венгрии, Чехии, Италии, в осаде крепости гугенотов Ла-Рошали. Но Рене интересовала философия, физика и математика. Вскоре по приезде в Париж он познакомился с учеником Виета, видным математиком того времени — Мерсеном, а затем и с другими математиками Франции. Будучи в армии, Декарт все свое свободное время отдавал занятиям математикой. Он изучил алгебру немецких, математику французских и греческих ученых.

После взятия Ла-Рошали в 1628 г. Декарт уходит из армии. Он ведет уединенный образ жизни с тем, чтобы реализовать намеченные обширные планы научных работ.

Декарт был крупнейшим философом и математиком своего времени. Самым известным трудом Декарта является его “Геометрия”. Декарт ввел систему координат, которой пользуются все и в настоящее время. Он установил соответствие между числами и отрезками прямой и таким образом ввел алгебраический метод в геометрию. Эти открытия Декарта дали огромный толчок развитию как геометрии, так и другим разделам математики, оптики. Появилась возможность изображать зависимость величин графически на координатной плоскости, числа - отрезками и выполнять арифметические действия над отрезками и другими геометрическими величинами, а также различными функциями. Это был совершенно новый метод, отличавшийся красотой, изяществом и простотой.

1. **Изучение нового материала:**

Прямоугольной системой координат в пространстве называется тройка взаимно перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат. Общее начало координат обозначается буквой O.

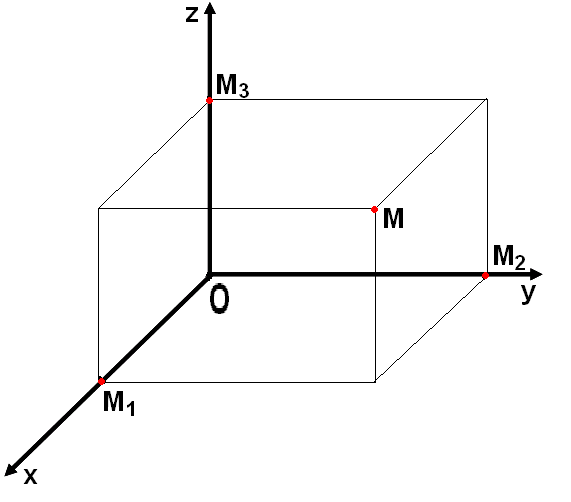
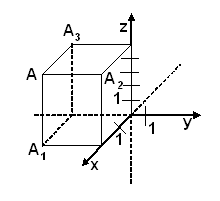
|  |  |
| --- | --- |
| Ох – ось абсцисс,  Оу – ось ординат,  Оz – ось аппликат | 022 |

Три плоскости, проходящие через оси координат Ох и Оу, Оу и Оz, Оz и Ох, называются координатными плоскостями: Оху, Оуz, Оzх (буквы можно ставить в любом порядке).

В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел – её координаты.

М (х; у; z), где х – абсцисса, у – ордината, z - аппликата.

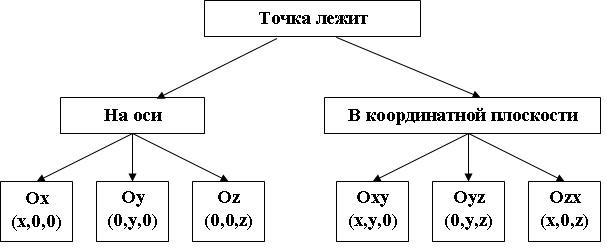
**Система координат в пространстве**

**Коордиаты точки**

В пространстве:

(x;y;z)



**ПРИМЕР 1: (работа с таблицей)**

1) А (-3; 15; 0) принадлежит плоскости ОХУ

2) В (0; 0; 7) принадлежит оси OZ

3) С (8; 0; 4) принадлежит плоскости XOZ

4) D (0; 12; 0) принадлежит оси OY

5) E (-5; -8; 12) принадлежит пространству

6) F (-10; 0; 0) принадлежит оси OX

7) M (0; 11;17) принадлежит плоскости ОУZ

**ПРИМЕР 2: (самостоятельно)**

1) А (4; 13; 11)

2) В (0; -8; -7)

3) N (0; 0; 4)

4) D (15; 0; 0)

5) E (2; -8; 0)

6) K (0; 4; 0)

7) R (6; 0; -10)

**Cравнительная таблица**

|  |  |
| --- | --- |
| **На плоскости** | **В пространстве** |
| Определение. Системой координат называется совокупность двух взаимно перпендикулярных координатных осей, точки, в которой эти оси пересекаются, – начала координат – и единичных отрезков на каждой из осей | Определение. Системой координат называется совокупность трех взаимно перпендикулярных координатных осей, точки, в которой эти оси пересекаются, – начала координат – и единичных отрезков на каждой из осей |
| 2 оси,  ОУ- ось ординат,  ОХ- ось абсцисс | 3 оси,  ОХ - ось абсцисс,  ОУ – ось ординат,  ОZ - ось аппликат. |
| ОХ перпендикулярна ОУ | ОХ перпендикулярна ОУ,  ОХ перпендикулярна ОZ ,  ОУ перпендикулярна ОZ |
| (О;О) – начало координат | (О;О;О) – начало координат |
| Направление положительное, единичный отрезок | Направление положительное, единичный отрезок |
| Расстояние между точками.  Есть две произвольные точки A1(x1;y1) и A2(x2;y2) | Расстояние между точками    Есть две произвольные точки A1(x1;y1;z1) и A2(x2;y2;z2) |
| Координаты середины отрезка.  A1 N A2, A1N=NA2  Есть две произвольные точки A1(x1;y1;z1) и A2(x2;y2;z2). Тогда серединой отрезка A1A2 будет точка N с координатами x, y, z, где | Координаты середины отрезка  Есть две произвольные точки A1(x1;y1;z1) и A2(x2;y2;z2). Тогда серединой отрезка A1A2 будет точка N с координатами x, y, z, где |

**ПРИМЕРЫ**

3) А) Найдите длину отрезка АВ , если *A*(1, 3, -4) и *B*(5, -6, 2) :

Б) Найдите длину отрезка MN, если *M*(-2, 0, 4) и N(-5, 6, 1). САМОСТОЯТЕЛЬНО.

4) Найдите координаты середины отрезка:

а) *AB*, если *A*(1, 2, -4) и *B*(-1, 0, 1);

*Ответ: (0; 1; -1,5)*

б) *CD*, если *C*(3, - 3, -4) и *D*(2, -1, -2). САМОСТОЯТЕЛЬНО.

## ****Формулы деления отрезка в данном отношении****

### ****Понятие деления отрезка в данном отношении****

рассмотрим пару точек delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image002 и отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image004:  
Дан произвольный отрезок на плоскости или в пространстве  
Рассматриваемая задача справедлива, как для отрезков плоскости, так и для отрезков пространства. То есть, демонстрационный отрезок можно как угодно разместить на плоскости или в пространстве. Для удобства объяснений нарисуем его горизонтально.

Что будем делать с данным отрезком? Мы начнём пилить отрезок на две части. Отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image004_0000 делится на две части с помощью некоторой точки delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image008, которая, понятно, расположена прямо на нём:  
Деление отрезка в данном отношении

В данном примере точка delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image008_0000 делит отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image004_0001 ТАКИМ образом, что отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image012 в два раза короче отрезка delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image014. ЕЩЁ можно сказать, что точка delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image008_0001 делит отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image004_0002 в отношении delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image016 («один к двум»), считая от вершины delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image018.

На сухом математическом языке этот факт записывают следующим образом: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image020, или чаще в виде привычной пропорции: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image022. Отношение отрезков принято стандартно обозначать греческой буквой «лямбда», в данном случае: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image024.

Пропорцию несложно составить и в другом порядке: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image026 – эта запись означает, что отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image014_0000 в два раза длиннее отрезка delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image012_0000, но какого-то принципиального значения для решения задач это не имеет. Можно так, а можно так.

Разумеется, отрезок легко разделить в каком-нибудь другом отношении, и в качестве закрепления понятия второй пример:  
Как разделить отрезок в данном отношении? Пример второй  
Здесь справедливо соотношение: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image031. Если составить пропорцию наоборот, тогда получаем: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image033.

После того, как мы разобрались, что значит разделить отрезок в данном отношении, перейдём к рассмотрению практических задач.

### ****Формулы деления отрезка в данном отношении в пространстве****

Для пространственных отрезков всё будет точно так же, только добавится ещё одна координата.

Если известны две точки пространства delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image123, то координаты точки delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image125, которая делит отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image004_0006 в отношении delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image039_0001, выражаются формулами:  
Формулы деления отрезка в данном отношении в пространстве.

Пример 5

Даны точки delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image129. Найти координаты точки delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image043_0001, принадлежащей отрезку delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image004_0007, если известно, что delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image132.

**Решение**: Из условия следует отношение: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image134. Данный пример взят из реальной контрольной работы, и его автор позволил себе небольшую шалость (вдруг кто споткнётся) – пропорцию в условии рациональнее было записать так: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image136.

По формулам координат середины отрезка:  
delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image138

**Ответ**: delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image140

Пример 6. САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Даны точки delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image144. Найти координаты точки delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image018_0001, если известно, что она делит отрезок delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image147 в отношении delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image149.