**Д-191. Математика\_ Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем**

Сегодня на уроке мы вспомним что такое линейные уравнения и неравенства с двумя переменными; системы линейный уравнений и неравенств, а также научимся изображать множество на плоскости, задаваемое линейным уравнением и неравенством.

1. **Линейные уравнения с двумя переменными**.

Уравнение вида ах + by +с =0, где а,b,с – некоторые числа, называется линейным уравнением с двумя переменными х и у.

Решением уравнения ах + by +с =0, где а,b,с – некоторые числа, называется пара значений обращающая уравнение в верное числовое равенство.

Если одновременно аhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/fb19e064-f011-4079-89a7-cc0e3fa93008.png и bhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/55191384-0027-4fc8-b0eb-8261ddc2f39f.png, то уравнение ах + by +с =0 является уравнением некоторой прямой. Для построения прямой достаточно найти две точки этой прямой.

**Пример**

Построить график уравнения 2х+у =1

у = -2х + 1

Если х=0, то у=1;

Если х=2, то у=-3.

На координатной плоскости отметим точки с координатами (0;1) и (2;-3). Через две точки на плоскости проведем прямую. Полученная прямая является геометрической моделью уравнения 2х+у =1. **(П**ОСТРОИТЬ на координатной плоскости)

1. **Линейные неравенства с двумя переменными**.

Линейным неравенством с двумя переменными называется неравенство вида ах + bу + с < 0 или ах + bу + с > 0, где х и у – переменные, а, b, c – некоторые числа.

Решением неравенства с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая его в верное равенство.

Является ли пара (2;1) решением неравенства 5х + 2у > 4 . Является, тк при подстановке в него вместо х числа 2, а вместо у числа 1 получается верное равенство 10 + 2 > 4.

Если каждое решение неравенства с двумя переменными изобразить точкой в координатной плоскости, то получится график этого неравенства. Он является некоторой фигурой.

**Пример**

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству 3х – 2у +6 > 0.

1. Уравнение 3х – 2у +6 = 0 является уравнением прямой, проходящей через точки(- 2; 0) и (0; 3).
2. Пусть точка М1(х1,у1) лежит в заштрихованной полуплоскости (ниже прямой 3х – 2у +6 = 0, аМ2(х1,у2)лежит на прямой 3х – 2у +6 = 0. Тогда 2у2 – 3х1 – 6 = 0, а 2у1 – 3х1 – 6 < 0, т.к. у1< у2

Изобразим множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству 3х – 2у +6 > 0 штриховкой (рис. 1)

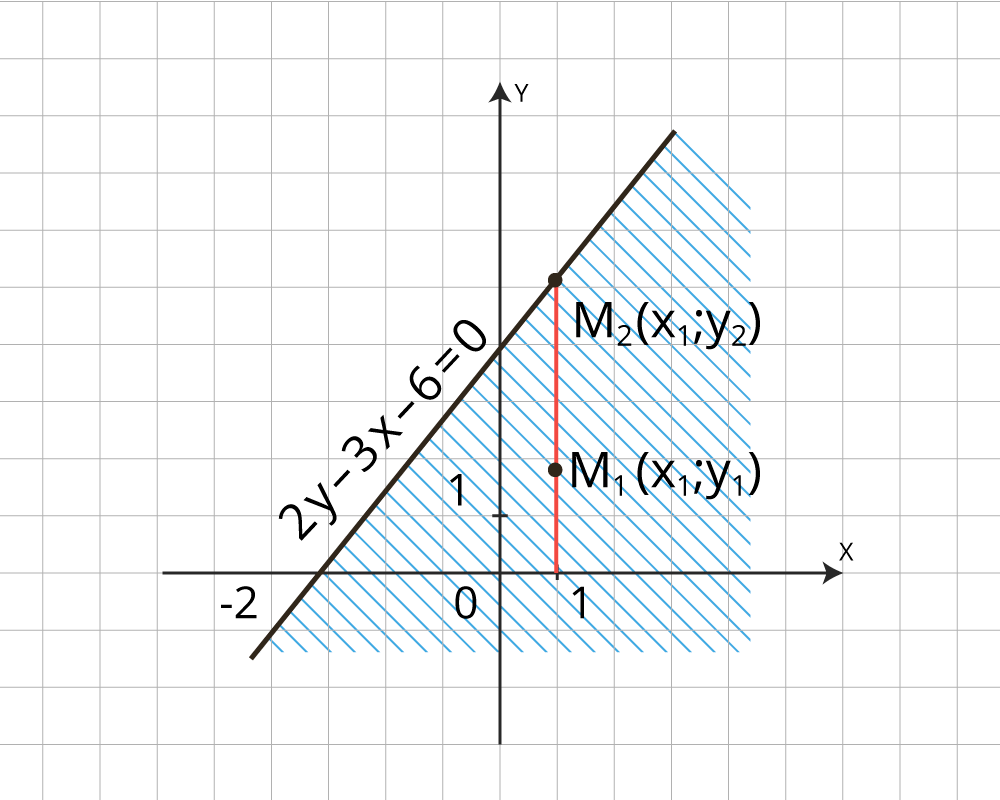


Рисунок 1 – решение неравенства 3х – 2у +6 > 0.

Если в линейном неравенстве с двумя переменными знак неравенства заменить знаком равенства, то получится линейное уравнение ах + by +с =0, графиком которого является прямая при условии, что https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/553669f9-fc8e-4b7c-a9c9-6ecbc20ee82d.png и https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/f6e40226-2de1-4918-b4fc-e7049627c126.png. Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости. Одна из них является графиком неравенства ах + bу + с < 0, а другая – графиком неравенства ах + bу + с > 0

Чтобы решить неравенство ах + bу + c < 0 или aх + bу + c > 0, достаточно взять какую-нибудь точку М1(х1; у1), не лежащую на прямой aх + bу + c = 0, и определить знак числа aх1 + bу1 + c.

**Пример**

Изобразите в координатной плоскости множества решений неравенства 2х + 3у < 6

Начертим график уравнения 2х + 3у = 6, т.е. 3у=6-2х у= (6-2х):3

При х=0, у= 2, при х=3, у = 0, т.е. график проходит через точки (0;2) и (3;0), т.к. в неравенстве стоит знак меньше<, значит штрихуем часть ниже этой прямой

Значит графиком неравенства 2х + 3у < 6 является нижняя полуплоскость (рис. 2).

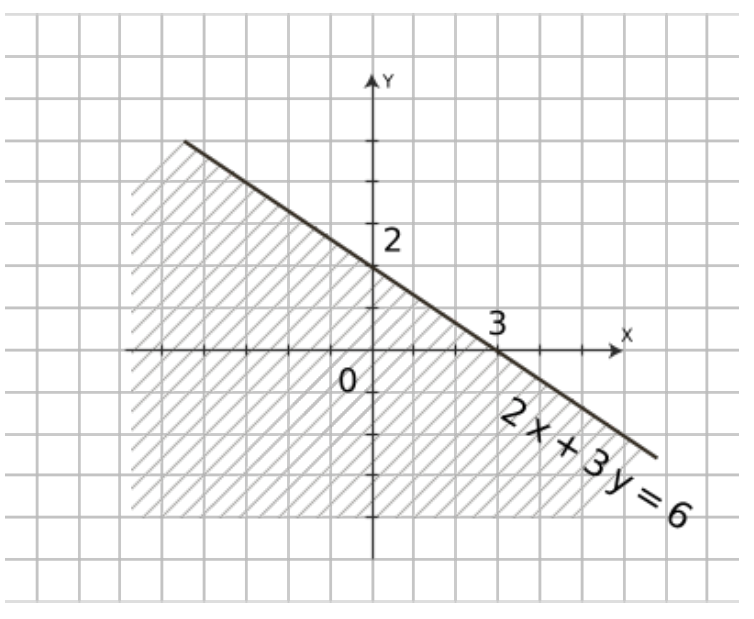


Рисунок 2 – решение неравенства 2х + 3у < 6

1. **Система линейных уравнений с двумя переменными**.

Система вида https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/71837462-8de4-4a2a-801b-e5c1c15d1aae.png, где а,b,с,d,e,f – некоторые числа, называется линейной системой с двумя переменными х и у.

Пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы уравнений с двумя переменными в верное равенство называют решением системы.

Решить систему – значит найти множество ее решений.

**Пример**

Решите систему:

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/ad098c4a-8996-4e10-920c-6955dca297b2.png

Каждое решение уравнения с двумя переменными представляет координаты некоторой его точки его графика. Каждое решение системы есть координаты общих точек графиков уравнений системы. Построим графики этих уравнений и найдем координаты точки пересечения (рис.3).

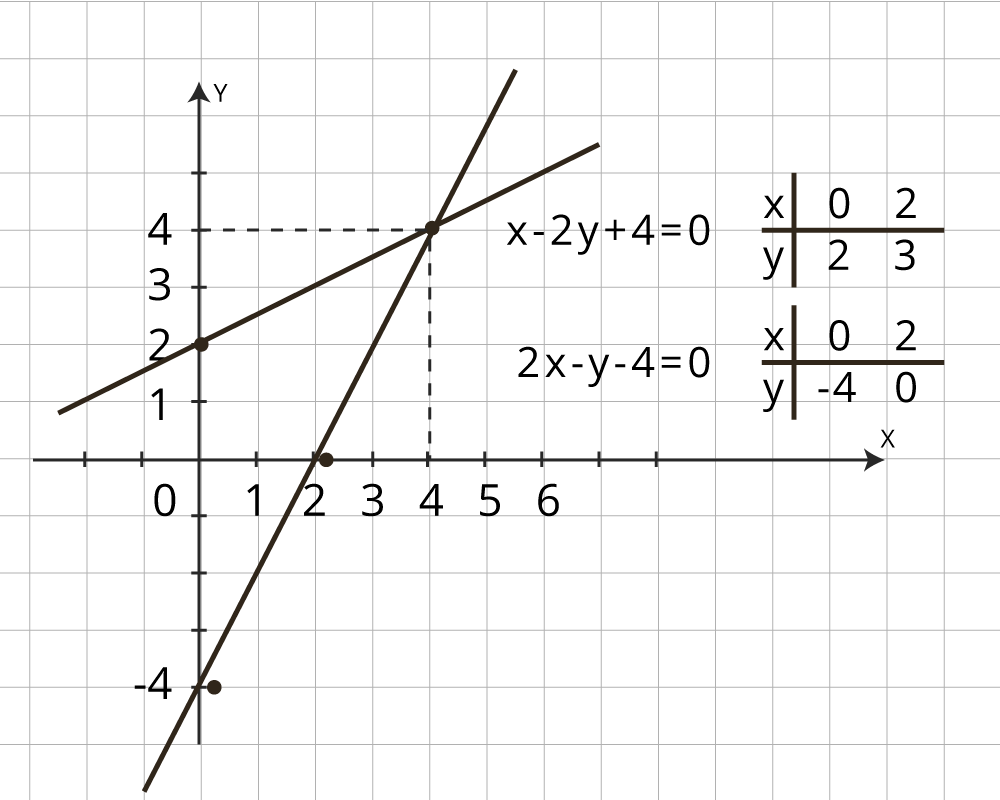


Рисунок 3 – решение системы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/f6b98cae-08f0-42cf-9f5c-0610cbc43e67.png

Система имеет единственное решение: x = 4 ,   y = 4 .

1. **Система линейных неравенств с двумя переменными**.

Системой линейных неравенств с двумя переменными называется такая система неравенств, которая в своем составе имеет два и более линейных неравенств с двумя переменными.  
Рассмотрим систему линейных неравенств с двумя переменными на примере:https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/bc2110cf-0df6-4a45-ad7c-4ec7cec8ce42.png

1. Построим прямые х – у = 2, т.е. у = х – 2 и проходит через точки (0; -2) и (2; 0)

и х + 3у = 6, т.е. у= (6 – х):3 и проходит через точки (0; 2) и (6; 0)

1. Пара (4;1) является решением как первого, так и второго неравенства, те является общим решением неравенств системы. Такую пару чисел называют решением системы неравенств с двумя переменными. Множество общих решений неравенств есть множество решений системы (пересечение множеств решений неравенств, составляющих систему).

Множество решение системы изображается двойной штриховкой. (плоский угол) (рис. 4).

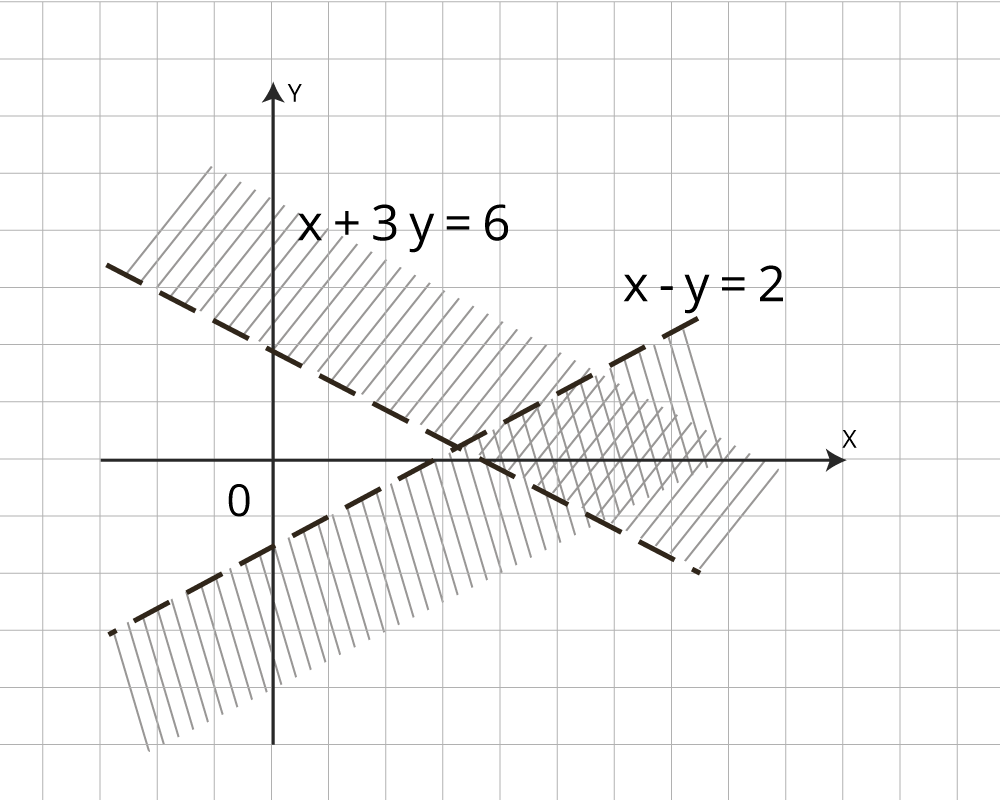


Рисунок 4 – решение системы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/3a3899b5-d20e-4f63-9843-4df06ed7faad.png

**Примеры и разбор решения заданий**

**Пример 1**

Изобразите в координатной плоскости множества решений неравенства 3х – 2у + 6 https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/3ec2de2c-6b4f-40f9-b982-6cb2aba3bf46.png 0.

1. Начертим график уравнения 3х – 2у + 6 = 0.
2. Отметим в какой-нибудь полуплоскости, например, точку (1;2).

Пара (1;2) не является решением неравенства https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/889969d1-bf1d-4f3f-9f09-aa56680a49f8.png и принадлежит нижней полуплоскости, значит графиком неравенства https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/fb46a9dd-ccc2-4535-9818-a550f3f88162.png является верхняя полуплоскость вместе с прямой 3х – 2у + 6 = 0. 9 (рис. 5)

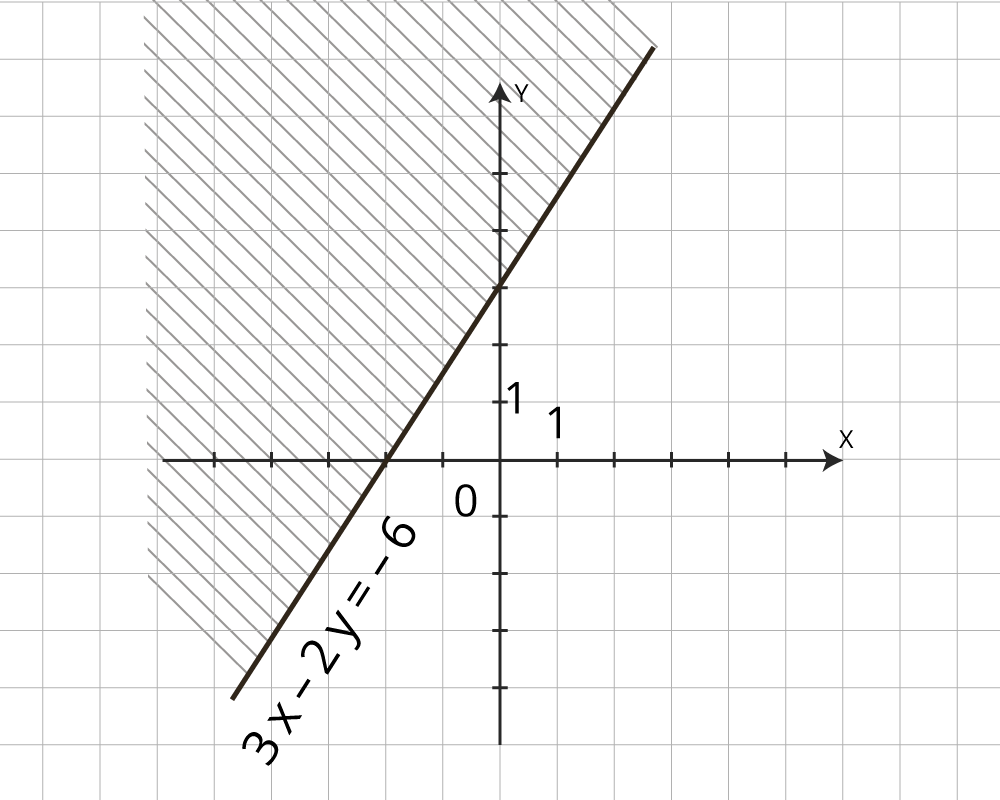


Рисунок 5 – решение неравенства https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/4ea1fa0e-bb84-4ec0-97e3-b02e5166a811.png

**Пример 2**

Изобразим на координатной плоскости множество решений системы

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/cd076770-60ad-4611-8330-028013bfce6d.png

Построим прямые х + у = 3 и 4х – 5у = 20.

Множество решений первого неравенства показано горизонтальной штриховкой, а множество решений второго неравенства – вертикальной штриховкой. Двойная штриховка – множество решений системы. Система задает плоский угол (рис. 6)

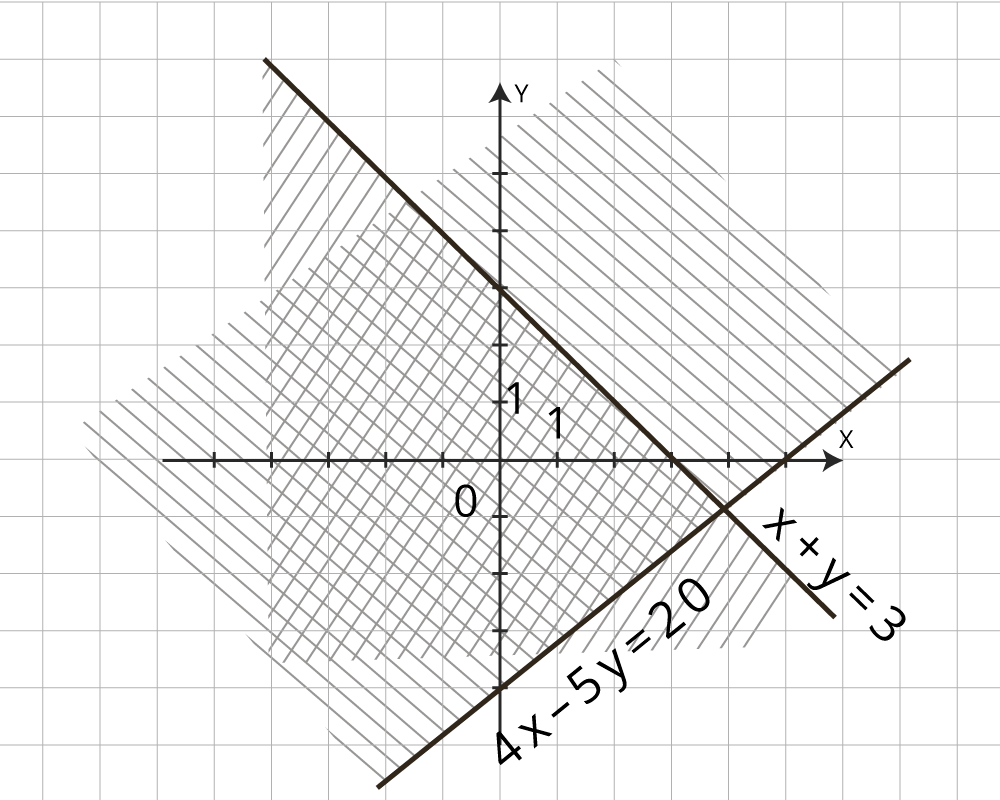


Рисунок 6 – решение системы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/704e893e-0f77-4432-8339-c8e663800432.png

Если к системе добавить еще одно неравенство

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/524d6bba-f138-4168-b0c2-7025490834d2.png, то получится система трех неравенств с двумя переменными

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/a1e70dbe-863a-45a3-a777-bca95f42bcfe.png

Этой системой задается треугольник (рис. 7)

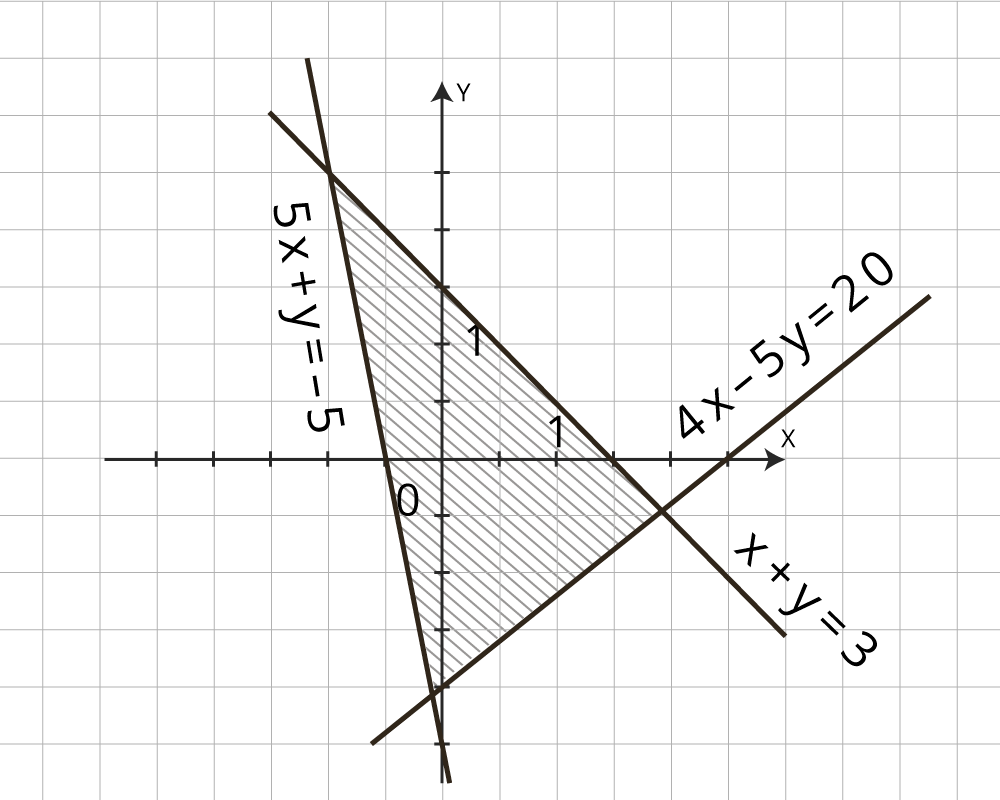


Рисунок 7 – решение системы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/31961980-730c-49dc-85c2-23848431faed.png

Точка О принадлежит https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/f485abdf-01c7-441c-b917-739572915a56.png, левая часть неравенства положительна, и поэтому множество его решений – объединение множеств https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6122/20190202150947/OEBPS/objects/c_matan_11_42_1/af52ef0a-5201-43d9-a794-9c5b5844321e.png.

## Задание для самостоятельной работы:

## Изобразите на координатной плоскости решение неравенства: 2х–у≥ -1